

УДК 669.162.1

## О ДВИЖЕНИИ БРИКЕТИРУЕМОЙ МАССЫ В ЭКСТРУДЕРЕ. ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ. СООБЩЕНИЕ 1\*

**Бижанов А.М.<sup>1</sup>**, к.т.н., представитель в России и СНГ (abizhanov@jcsteele.com)  
**Подгородецкий Г.С.<sup>2</sup>**, к.т.н., профессор, директор научно-образовательного центра  
«Инновационные металлургические технологии» (podgs@misis.ru)

<sup>1</sup> J.C.Steele&Sons, Inc.

(USA, 710 South Mulberry str., Statesville, NC 28677)

<sup>2</sup> Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»

(119049, Россия, Москва, Ленинский пр., 4)

**Аннотация.** Возросший в последние годы интерес к безобжиговому окускованию в значительной мере обусловлен успешным опытом эксплуатации брикетных линий, основанных на жесткой вакуумной экструзии (ЖВЭ). Высокая производительность экструдеров ЖВЭ и удовлетворительные металлургические свойства получаемых таким способом брикетов экструзии (брэкс) позволяют рассматривать эту технологию безобжигового окускования в качестве перспективной. Экструдеры ЖВЭ позволяют эффективно брикетировать материалы со значениями влажности в диапазоне 12 – 16 % и давлением прессования 3,5 – 4,5 МПа, что приводит к возможности достижения высоких значений величин механической прочности сырых брикетов и исключает необходимость сушки брикетируемой шихты и тепловой обработки получаемых брикетов. Растущие масштабы практического использования экструдеров в черной металлургии обусловили необходимость разработки простых и эффективных методик определения их рабочих параметров. Брикетируемая масса представляет собой увлажненную пластическую массу, приводимую в движение лопастями вращающегося шнека и выдавливаемую далее через отверстия в фильере экструдера в виде продолговатых, повторяющих в сечении форму отверстия в фильере брикетов. В приложении к задачам оптимизации брикетной технологии, основанной на жесткой экструзии, приводится точное решение уравнений Навье–Стокса для вязкой несжимаемой среды, сдвигаемой между коаксиальными цилиндрами вдоль общей оси симметрии и закручиваемой вокруг нее соответственно продольным смещением и осевым вращением внутреннего цилиндра при условиях прилипания и заданном продольном падении давления. В частности установлено, что скорость транспортировки перемешиваемой массы не может превосходить скорости, доставляемой подаваемым давлением. При этом формула последней переносится на сжимаемую среду в виде специального интеграла вязкости для вязкопластической среды, где она служит обобщением известных точных решений. Решается задача поиска аналогичного решения для сжимаемой среды. Полученные аналитические зависимости могут использоваться для расчета параметров промышленных брикетных экструдеров, работающих как в режиме жесткой экструзии, так и в режиме полужесткой и мягкой экструзии, отличающихся величинами влажности брикетируемой массы и прикладываемого давления.

**Ключевые слова:** жесткая вакуумная экструзия, брикетирование, брэкс, вязкая несжимаемая среда, уравнения Навье–Стокса, коаксиальные цилиндры, спиральное течение Куэтта–Пуазейля.

DOI: 10.17073/0368-0797-2020-1-7-12

Жесткая вакуумная экструзия (ЖВЭ) широко применяется для производства металлургических брикетов – компонентов шихт доменных и ферросплавных печей [1 – 8]. Механическая и горячая прочность брикетов экструзии (брэкс) обеспечивается меньшим, чем в альтернативных брикетных технологиях (валковое брикетирование и вибропрессование) количеством связующих материалов, что в совокупности с более высокой производительностью экструдеров позволяет рассматривать ЖВЭ как вполне отвечающую критериям, предъявляемым к наилучшим доступным технологиям в черной металлургии [9].

\* Работа выполнена в рамках государственного задания ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН (фундаментальные научных исследования, ГП 14) по теме № 0065-2019-0005 «Математическое моделирование динамических процессов в деформируемых и реагирующих средах с использованием многопроцессорных вычислительных систем» (№ АААА-А19-119011590092-6).

В отличие от валкового брикетирования и вибропрессования, ЖВЭ позволяет окусковывать увлажненные материалы с содержанием влаги в диапазоне 12 – 16 % (максимум до 20 %) при давлениях от 2,5 до 4,5 МПа. Разновидностями экструзионного окускования, также применяемыми в металлургии, являются мягкая экструзия (влажность 10 – 27 %, давление 0,4 – 1,2 МПа) и полужесткая экструзия (влажность 15 – 22 %, давление 1,5 – 2,2 МПа). Важнейший критерий применимости ЖВЭ для получения брикетов – пластичность формируемой смеси, что делает возможным ее перемещение лопастями вращающегося шнека и уплотнение при продавливании через отверстия в фильерах экструдеров.

В рабочей камере экструдера вследствие вращения лопастей шнека формируемая масса совершает поступательное и вращательное движение, замедляемое стенками корпуса (рис. 1). Экструдер можно представить

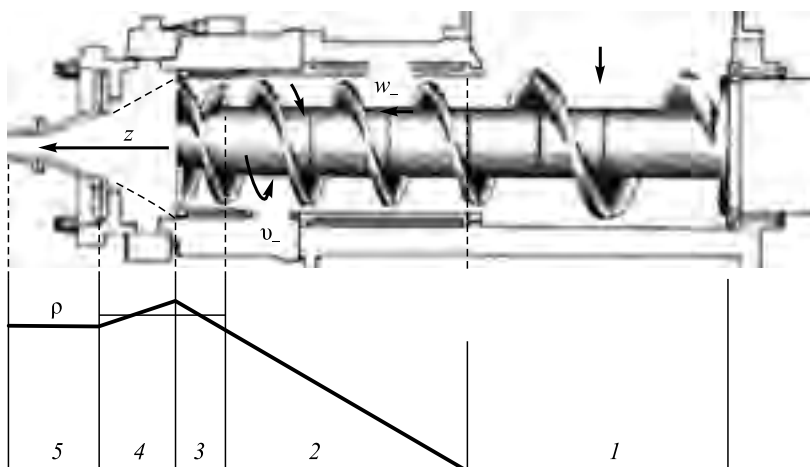


Рис. 1. Стадии уплотнения в рабочей зоне экструдера:

1 – зона подачи без уплотнения; 2 – зона сжатия; 3 – зона гомогенизации; 4 – зона формования; 5 – выход из фильеры

Fig. 1. Stages of compaction in the extruder working area:

1 – feed zone without compaction, 2 – compression zone, 3 – homogenization zone, 4 – molding zone, 5 – exit from the die

в виде двух соосных цилиндров и шнека, вращаемого внутренним цилиндром вокруг оси  $z$  со скоростью  $v_z$  и транспортирующего формуемую массу вдоль указанной оси со скоростью  $w_t$  при неподвижном внешнем цилиндре ( $w_+ = v_+ = 0$ ).

В зоне 1 осуществляется подача смеси на рабочие лопасти шнека и ее перемещение без уплотнения. В зоне 2 смесь уплотняется. По мере продвижения смеси к фильере ее вращение замедляется, в то время как периферийные слои движутся с большей скоростью. В зоне 3 происходит выравнивание неоднородностей плотности, возникших в зоне 2 вследствие неравномерного движения формуемой массы. Выравнивание достигается особой геометрией лопастей выпарного шнека и их взаимным расположением. В зоне 4 происходит дальнейшее выравнивание неоднородностей движения.

Математическое моделирование процесса движения формуемой массы в экструдере в полной постановке остается сложной задачей, требующей учета реологических свойств брикетируемой массы. В большинстве известных работ применяется упрощенный подход, сочетающий математическое и физическое моделирование движения формуемой массы. Обзор методов моделирования процессов движения формуемых масс в экструдере приведен в работе [10].

Рассмотрим движение брикетируемой массы в рабочей камере экструдера с позиций основных законов механики сплошных сред с намерением получить упрощенные качественные зависимости, которые могут служить основой для приближенных расчетов основных параметров процесса экструзионного окускования.

Предполагаем, что вращаемая шнеком масса влажной и сплошной среды имеет изотропное поле молекулярного давления  $p$  и подчиняется общим законам со-

хранения массы, импульса и энергии при надлежащей реологии для коэффициента динамической вязкости среды  $\mu$  [11 – 16].

Движение частицы рассматривается в цилиндрических координатах. Как и в работах [13 – 14], используется формализм прямых произведений орт и представления двойными векторами (дивекторами) матриц.

Рассмотрим брикетируемую массу как сплошную среду частиц  $r$  со скоростями  $u$  и плотностью  $\rho > 0$ , описываемой уравнением неразрывности

$$\rho_t + \nabla \rho u = 0$$

и давлением  $p$  (однородное напряжение Паскаля  $p\vec{e}$ ). Добавляя к скорости изменения объемной плотности импульса  $\rho u$  ( $\rho u_t$ ) его ускорение в среде

$$\rho u \nabla u = \nabla \rho u u - u \nabla \rho u = \rho_t u + \nabla \rho u u,$$

а к плотности  $\rho g$  заданного поля удельной внешней силы  $g = g(t, r)$  объемную плотность  $-\nabla p = -\nabla p \vec{e}$  силы Архимеда

$$A = -\int_{\partial V} p dS = -\int_V (\nabla p) dV,$$

толкаящей объем  $V$  на площади  $dS = \sqrt{dS \cdot dS}$  его границы  $\partial V$  по направлению единичной внешней нормали  $n = \frac{dS}{dS}$ , получаем гидродинамические уравнения Эйлера

$$\rho u_t + \rho u \nabla u = \rho g - \nabla p \text{ или } (\rho u)_t + \nabla \vec{P} = \rho g$$

при  $\vec{P} = \rho u u + p \vec{e}$ .

В этом уравнении возникающее как сила

$$\int_{\partial V} dS \vec{P} = \int_V (\nabla \vec{P}) dV$$

напряжение

$$\vec{P} = \rho u u + p \vec{e} - \mu \vec{b}$$

уточняется коэффициентами динамической и объемной вязкостей  $\mu = \mu(t, r) > 0$  и  $\zeta \mu$ , а также матрицей

$$\vec{b} = \vec{\tau} - \left( \frac{2}{3} - \zeta \right) (\nabla u) \vec{e}, \quad \zeta = \text{const} \geq 0.$$

Уравнения Навье-Стокса имеют в рассматриваемом случае следующий вид:

$$\begin{aligned} (\rho u)_t + \nabla \vec{P} &= \rho g \quad \text{для } \vec{P} = \rho u u + P \vec{e} - \mu \vec{\tau} \\ \text{и } P &= p + \mu \left( \frac{2}{3} - \zeta \right) (\nabla u) \end{aligned} \quad (1)$$

или

$$\begin{aligned} (\rho u)_t + \left\{ (\rho w u)_z + \frac{(r \rho u u)_r}{r} + \frac{\rho v^2}{r} + P_r - [\mu(u_z + w_r)]_z - \right. \\ \left. - 2 \frac{(\mu r u_r)_r}{r} + \frac{2 \mu u}{r^2} \right\} I + \left\{ (\rho w v)_z + \frac{(r^2 \rho u v)_r}{r^2} - (\mu v_z)_z - \right. \\ \left. - \frac{1}{r} \left[ \mu r^2 \left( \frac{v}{r} \right)_r \right] - \mu \left( \frac{v}{r} \right)_r \right\} J + \left\{ (\rho w w)_z + \frac{(r \rho u w)_r}{r} + \right. \\ \left. + P_z - 2(\mu w_z)_z - \frac{[\mu r(u_z + w_r)]_r}{r} \right\} k = \rho g; \\ P = p + \mu \left( \frac{2}{3} - \zeta \right) \left[ \frac{1}{r} (r u)_r + w_z \right]; \quad \rho_t + \frac{1}{r} (r \rho u)_r + (\rho w)_z = 0. \end{aligned}$$

Рассмотрим стационарное движение сплошной среды с постоянной плотностью

$$\rho = \text{const} > 0 \quad (\nabla u = 0) \quad \text{и} \quad \mu = \text{const} > 0$$

на конечном участке

$$0 < z < l, \quad l = \text{const} > 0$$

пространства между двумя бесконечными соосными цилиндрами

$$\varepsilon a = r_{\min} < r < r_{\max} = a, \quad \varepsilon, a = \text{const} > 0 \quad (\varepsilon < 1)$$

при  $-\infty < z < \infty$ : внутренним ( $r = \varepsilon a$  с индексом « $\rightarrow$ ») и внешним ( $r = a$  с индексом « $\leftarrow$ »). Цилиндры перемещаются вдоль общей оси  $r = 0$  и вращаются вокруг нее с постоянными скоростями  $w_{\mp}$  и  $v_{\mp}$  соответственно при условиях прилипания

$$w|_{r=\varepsilon a, a} = w_{\pm}, \quad v|_{r=\varepsilon a, a} = v_{\pm}, \quad w_{\mp}, \quad v_{\mp} = \text{const} \quad (2)$$

и постоянном напоре

$$\begin{aligned} -p_z &= \frac{p_+ - p_-}{l} = \text{const} > 0, \quad 0 < z < l, \\ p_- &= p|_{z=0}, \quad p_+ = p|_{z=l} \end{aligned} \quad (3)$$

с заданными величинами давления  $p_{\mp}$  на торцах  $z = 0, l$  участка  $0 < z < l$ .

В отсутствии массовых сил и радиальных смещений вращаемой и продольно сдвигаемой среды в предположении, что

$$u = 0, \quad v = v(r), \quad w = w(r) \quad \text{и} \quad g^r = g^z = 0, \quad (4)$$

ее динамическое равновесие (1)–(4) сводится к следующим соотношениям:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{r} (r w_r)_r &= \frac{-p_z}{\mu}, \quad (r v_r)_r = \frac{v}{r}, \quad p_r = \frac{\rho v^2}{r}, \quad -p_z = \frac{p_+ - p_-}{l}, \\ \varepsilon a < r < a, \quad 0 < z < l, \quad w(\varepsilon a) &= w_{\pm}, \quad w(a) = w_{\pm} = 0, \\ v(\varepsilon a) &= v_{\pm}, \quad v(a) = v_{\pm} = 0. \end{aligned}$$

Также динамическое равновесие может сводиться спиральному течению, т. е. к объединенному течению Хагена-Пуазейля и Куэтта [11–12, 17]

$$\begin{aligned} w(r) &= w_{\pm} - \frac{p_z (a^2 - r^2)}{4\mu} + \\ &+ \left[ w_{\pm} - w_{\mp} + \frac{p_z a^2 (1 - \varepsilon^2)}{4\mu} \right] \frac{\ln \frac{r}{a}}{\ln \varepsilon} \end{aligned} \quad (5)$$

с дополнительной азимутальной скоростью

$$v(r) = \frac{\varepsilon a v_{\pm} - \varepsilon v_{\mp}}{r(1 - \varepsilon^2)} + \frac{r v_{\pm} - \varepsilon v_{\mp}}{a(1 - \varepsilon^2)} \quad (6)$$

и давлением

$$\begin{aligned} p(r, z) &= p_{\pm} - \frac{z}{l} (p_+ - p_-) - \int_r^a \frac{\rho v^2(r')}{r'} dr', \\ p_r &= \frac{\rho v^2}{r} > 0, \quad \varepsilon a < r < a, \quad 0 < z < l. \end{aligned}$$

Рассмотрим случай неподвижного внешнего цилиндра:

$$w_{\pm} = v_{\pm} = 0, \quad w_{\pm} > 0, \quad v_{\pm} < 0. \quad (7)$$

На рис. 2 приведены безразмерные профили азимутальной и аксиальной скоростей

$$\begin{aligned} \frac{v(r)}{v_{\pm}} &= Y = \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon^2} \left( \frac{1}{X} - X \right), \\ \varepsilon = \frac{r_{\min}}{r_{\max}} < X = \frac{r}{r_{\max}} < 1, \quad r_{\max} &= a; \end{aligned} \quad (8)$$

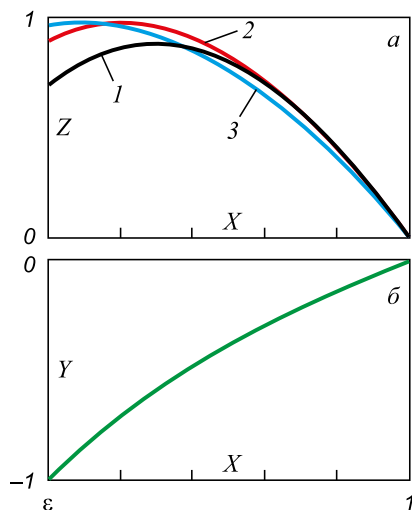


Рис. 2. Профили аксиальной (а) и азимутальной (б) компоненты рассматриваемого спирального течения при двух докритических (1, 2) и одном закритическом (3) значениях фактора  $\delta$

Fig. 2. Profiles of axial (a) and azimuthal (b) components of the considered spiral flow with two subcritical (1, 2) and one supercritical (3) factor values  $\delta$

$$\frac{w}{w_p} = Z = 1 - X^2 + \frac{1 - \varepsilon^2 - \delta}{\ln \frac{1}{\varepsilon}} \ln X, \quad (9)$$

$$w_p = \frac{-p_z a^2}{4\mu}, \quad \delta = \frac{w_-}{w_p}$$

соответственно с безразмерными факторами  $\varepsilon$ ,  $\delta$  и размерной скоростью вязкого напора  $w_p$ . Первые приводят к критической параболе  $\delta = 1 - \varepsilon^2$  и (i) докритическому,  $\delta < 1 - \varepsilon^2$ , и (ii) закритическому,  $\delta \geq 1 - \varepsilon^2$ , режимам спирального течения.

(i) В докритическом режиме максимально возможной скоростью транспортировки, т. е. продольного смещения  $w(r)$ , является величина

$$w_* = \max_{\varepsilon a \leq r \leq a} w(r) = w(r_*) = w_p Z_* < w_p,$$

$$Z_* = \max_{\varepsilon \leq X \leq 1} Z(X_*), \quad \varepsilon < \frac{r_*}{a} = X_* < 1,$$

при  $\delta < 1 - \varepsilon^2$ , достигаемая внутри области течения,  $\varepsilon a < r_* < a$ , и близкая к скорости вязкого напора  $w_p$ .

(ii) При дальнейшем увеличении фактора  $\delta$  величина  $w_*$  достигает своего наиболее возможного значения  $w_p$  на внутренней границе

$$w_* = w(r_*) = w_p Z_* = w_p, \quad Z_* = 1, \quad \frac{r_*}{a} = X_* = \varepsilon,$$

при  $\delta \geq 1 - \varepsilon^2$  и остается максимально возможной скоростью транспортируемой массы  $w_* = w_p$  при любом закритическом факторе  $\delta$  (рис. 2).

Можно показать, что для случая неподвижного внешнего цилиндра существует критическая скорость вращения внутреннего цилиндра

$$w_c = (1 - \varepsilon^2)w_p \text{ (или } \delta = 1 - \varepsilon^2\text{)}.$$

В этом случае при соответствующем докритическом или закритическом режиме максимум скорости транспортировки достигается между цилиндрами или на внутреннем цилиндре и при этом меньше или равен скорости вязкого напора

$$w_p = \frac{-p_z a^2}{4\mu}$$

соответственно:

$$w(r_*) < w_p \text{ и } \varepsilon a < r_* < a \text{ при } w_- < w_c \text{ (или } \delta < 1 - \varepsilon^2\text{);}$$

$$w(r_*) = w_p \text{ и } r_* = \varepsilon a \text{ при } w_- \geq w_c \text{ (или } \delta \geq 1 - \varepsilon^2\text{)}.$$

Рассмотрим случай сжимаемости формируемой массы:

$$\rho = \rho(r) \neq \text{const} (\nabla u \neq 0) \text{ и } \mu = \text{const}.$$

В предположении, что

$$u = u(r), \quad v = v(r), \quad w = w(r) \text{ и } g^r = g^z = 0,$$

уравнение неразрывности (1) приводит к постоянной

$$r\varphi u = m = \text{const} \text{ или } r\varphi = m\varphi,$$

где  $\varphi = \frac{1}{\rho}$  – удельный объем. Ее отношение к динамической вязкости  $\left(\alpha = \frac{m}{\mu}\right)$  есть безразмерная величина.

Полагая в уравнении (1)

$$p_r = \frac{\rho v^2}{r} \text{ и}$$

$$\frac{\alpha + 1}{r^2} (ru)_r - \left(\frac{1}{3} + \zeta\right) \left[\frac{1}{r} (ru)_r\right]_r - \frac{1}{r} (ru)_{rr} - \frac{\alpha ru}{r^3} = 0,$$

находим для заданных величин  $\varphi_{\mp}$ :

$$\varphi = \frac{\varepsilon^{\lambda_+} \varphi_+ - \varphi_- \left(\frac{r}{a}\right)^{\lambda_-}}{\varepsilon^{\lambda_+} - \varepsilon^{\lambda_-}} + \frac{\varepsilon^{\lambda_-} \varphi_+ - \varphi_- \left(\frac{r}{a}\right)^{\lambda_+}}{\varepsilon^{\lambda_-} - \varepsilon^{\lambda_+}},$$

$$\lambda_{\mp} = \frac{8 + 6\zeta + 3\alpha}{2(4 + 3\zeta)} \mp \sqrt{\left(\frac{8 + 6\zeta + 3\alpha}{2(4 + 3\zeta)}\right)^2 - \frac{3\alpha}{4 + 3\zeta}}$$

$$\text{при } \left(\frac{8 + 6\zeta + 3\alpha}{2(4 + 3\zeta)}\right)^2 > \frac{3\alpha}{4 + 3\zeta}.$$

Удовлетворяющая условиям (2), (3) и уравнениям (1),

$$\begin{aligned} \frac{m}{r} v_r + \frac{mv}{r^2} - \frac{\mu}{r} (rv_r)_r + \frac{mv}{r^2} &= 0, \\ \frac{m}{r} w_r + \frac{mw}{r^2} - \frac{\mu}{r} (rw_r)_r &= -P_z = -p_z, \\ P &= p + \mu \left( \frac{2}{3} - \zeta \right) \frac{1}{r} (ru)_r, \quad \varepsilon a < r < a, \end{aligned}$$

аксиальная и азимутальная компоненты скорости в этом случае имеют профили:

$$\begin{aligned} w &= \frac{\varepsilon^{\gamma_+} w_+ - w_-}{\varepsilon^{\gamma_+} - \varepsilon^{\gamma_-}} \left( \frac{r}{a} \right)^{\gamma_-} + \frac{\varepsilon^{\gamma_-} w_+ - w_-}{\varepsilon^{\gamma_-} - \varepsilon^{\gamma_+}} \left( \frac{r}{a} \right)^{\gamma_+} + \\ &+ \frac{-p_z a^2}{\mu(4-\alpha)} \left[ \frac{\varepsilon^{\gamma_+} - \varepsilon^2}{\varepsilon^{\gamma_+} - \varepsilon^{\gamma_-}} \left( \frac{r}{a} \right)^{\gamma_-} + \frac{\varepsilon^{\gamma_-} - \varepsilon^2}{\varepsilon^{\gamma_-} - \varepsilon^{\gamma_+}} \left( \frac{r}{a} \right)^{\gamma_+} - \left( \frac{r}{a} \right)^2 \right], \\ \gamma_{\mp} &= \frac{\alpha}{2} \mp \sqrt{\left( \frac{\alpha}{4} - 1 \right) \alpha} \end{aligned}$$

при  $\left( \frac{\alpha}{4} - 1 \right) \alpha > 0$  и

$$\begin{aligned} v &= \frac{\varepsilon^{\beta_+} v_+ - v_-}{\varepsilon^{\beta_+} - \varepsilon^{\beta_-}} \left( \frac{r}{a} \right)^{\beta_-} + \frac{\varepsilon^{\beta_-} v_+ - v_-}{\varepsilon^{\beta_-} - \varepsilon^{\beta_+}} \left( \frac{r}{a} \right)^{\beta_+}, \\ \beta_{\mp} &= \frac{\alpha}{4} \mp \left( \frac{\alpha}{2} + 1 \right) = -\frac{\alpha}{4} - 1, \quad \frac{3\alpha}{4} + 1. \end{aligned}$$

Таким образом, аксиальная и угловая (азимутальная) скорости спирального течения определяются соответственно скоростями транспортировки и вращения шнеком перемешиваемой массы  $w$  и  $v$  соответственно. В отличие от сухого сыпучего материала (из мелких и твердых частиц) [18], она представляет собою тестообразную массу из вязко-пластичной сплошной среды, у которой силовое поле контактных напряжений  $\bar{\tau}$  находится за пределом пластичности, где реология Бингама [14,15] сводится к постоянной вязкости, т. е. приближается к ньютоновой реологии [19 – 21].

**Выводы.** Стационарное спиральное течение с постоянной или переменной плотностью удовлетворительно описывает перемещение брикетизируемой массы в экструдере.

Существует максимально возможная скорость транспортировки (скорость вязкого напора  $w_p$ ).

Полученные зависимости приложимы также и к расчету экструдеров «полужесткой» и «мягкой экструзии».

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Kurunov I., Bizhanov A. *Stiff Extrusion Briquetting in Metallurgy*. Springer, 2017. – 169 p.

2. Fernandez M.O., Iglesias J., Gonzales D.F. etc. Cold agglomeration of ultrafine oxidized dust (UOD) from ferromanganese and silicomanganese industrial process. *Cold // Metals*. 2016. Vol. 6. No. 9. Article 203.

3. Mohanty M.K., Mishra S., Mishra B. etc. A novel technique for making cold briquettes for charging in blast furnace: 5<sup>th</sup> National Conference on Processing and Characterization of Materials IOP Publishing // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. 2016. Vol. 115. No. 1. Article 012020.

4. Kenichi Higuchi, Hirokazu Yokoyama, Hiroyuki Sato etc. Development of rapid curing process of reactive coke agglomerate // *ISIJ Int*. 2017. Vol. 57. No. 1. P. 55 – 61.

5. Rama Murthy Y., Kapure G.U., Tripathy S.K., Sahu G.P. Recycling of ferromanganese gas cleaning plant (GCP) sludge by novel agglomeration // *Waste Management*. October, 2018. P. 457 – 465.

6. Mombeli D., Cecca C.D., Mapelli C. etc. Experimental analysis on the use of BF-sludge for the reduction of BOF-powders to direct reduced iron (DRI) production // *Process Safety and Environmental Protection*. 2016. P. 410 – 420.

7. Kowitzarankul P. Behavior of Self-Reducing Pellets (SRP) for Use in a Low Height Blast Furnace. Diss. RWTH, Aachen University, 2014. – 176 p.

8. Xu Q., Li Z., Liu Z., Wang J., Wang H. The effect of pressurized decarbonization of CO on inhibiting the adhesion of fine iron ore particles // *Metals*. 2018. Vol. 8. No. 7. P. 525.

9. Курунов И.Ф., Чижикова В.М., Бижанов А.М. Наилучшие доступные технологии в производстве окучкованного сырья для доменных печей // *Черная металлургия. Бюл. ин-та «Черметинформация»*. 2018. № 4. С. 62 – 66.

10. *Extrusion in Ceramics*. Frank Händleed. Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 2007. – 470 p.

11. Batchelor G.K. *An introduction to fluid dynamics*. – Cambridge: Univ. Press, 1967. – 615 p.

12. Лойцянский Л.Г. *Механика жидкостей и газов*. – М.: Наука, 1987. – 840 с.

13. Абрамович Г.Н. *Прикладная газовая динамика*. Ч. 1. – М.: Наука, 1991. – 600 с.

14. Bingham E.C. *Fluidity and Plasticity*. – New York, London: McCraw-Hill Book Company, Inc., 1922. – 439 p.

15. Ишлинский А.Ю., Ивлев Д.Д. *Математическая теория пластичности*. – М.: Физматлит, 2001. – 704 с.

16. Laenger K.-F., Laenger F., Geiger K. Wall slip of ceramic extrusion bodies. Part 2 // *Process Engineering*. 2016. Vol. 93. No. 4 – 5. P. 1 – 6.

17. Джозеф Д. *Устойчивость движений жидкости*. – М.: Мир, 1981. – 638 с.

18. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теоретическая физика Т. 7. Теория упругости*. – М.: Наука, 1987. – 248 с.

19. Белоцерковский О.М., Бетелин В.Б., Борисевич В.Д. и др. К теории противотока во вращающемся вязком теплопроводном газе // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2011. Т. 51. № 2. С. 222 – 236.

20. Händle F., Laenger F., Laenger J. Determining the forming pressures in the extrusion of ceramic bodies with the help of the Benbow-Bridgwater equation using the capillar check // *Process Engineering*. 2015. Vol. 92. No. 10 – 11. P. 1 – 7.

21. Трошкин О.В. *Элементы математической гидродинамики и гидродинамической устойчивости*. Lambert Academic Publishing, 2016. – 205 с.

Поступила в редакцию 18 марта 2019 г.

После доработки 16 января 2020 г.

Принята к публикации 17 января 2020 г.

## ON THE MOVEMENT OF BRIQUETTED MASS IN EXTRUDER. EXACT SOLUTIONS

A.M. Bizhanov<sup>1</sup>, G.S. Podgorodetskii<sup>2</sup>

<sup>1</sup>J.C. Steele&Sons, Inc., Statesville, USA

<sup>2</sup>National University of Science and Technology “MISIS” (MISIS), Moscow, Russia

**Abstract.** The increased interest in cold agglomeration in recent years has been largely due to the successful experience in operating briquette lines based on stiff vacuum extrusion (SVE). The high performance of SVE extruders and the satisfactory metallurgical properties of extrusion briquettes obtained this way (brex) make it possible to consider this cold agglomeration technology as promising. SVE extruders allow efficient briquetting of the materials with moisture contents values in the range of 12–16% and compacting pressure of 3.5–4.5 MPa, leading to the possibility of achieving high values of mechanical strength of raw briquettes and eliminates the need for drying briquetted charge and heat treatment of the green briquettes. The growing scale of practical use of extruders in the steel industry necessitated the development of simple and effective methods for determining their operating parameters. The briquetted mass is a moistened plastic mass, driven by the blades of a rotating auger and squeezed out further through the holes in the extruder die in the form of elongated briquettes, repeating in cross section the shape of the hole. In application to the optimization problems of extrusion briquette technology, the exact solution of the Navier–Stokes equations for a viscous incompressible medium shifted between coaxial cylinders along the common axis of symmetry and twisted around it by longitudinal displacement and axial rotation of the inner cylinder is given, respectively, under sticking conditions and given longitudinal pressure drop. In particular, it was found that the speed of transportation of the mixed mass cannot exceed the speed delivered by the supplied pressure, and the formula of the latter is transferred to the compressible medium as a special viscosity integral for a viscoplastic medium, where it serves as a generalization of known exact solutions. A similar solution for a compressible medium is being sought. The obtained analytical dependencies can be used to calculate the parameters of industrial briquette extruders operating in both the stiff extrusion mode and the semi-stiff and soft extrusion mode, differing in the moisture values of the briquetted mass and the values of the applied pressure.

**Keywords:** stiff vacuum extrusion, briquetting, brex, viscous incompressible medium, Navier–Stokes equations, coaxial cylinders, spiral Couette–Poiseuille flow.

**DOI:** 10.17073/0368-0797-2020-1-7-12

### REFERENCES

1. Kurunov I., Bizhanov A. *Stiff Extrusion Briquetting in Metallurgy*. Springer, 2017, 169 p.
2. Fernandez M.O., Iglesias J., Gonzales D.F. etc. Cold agglomeration of ultrafine oxidized dust (UOD) from ferromanganese and silicomanganese industrial process. *Metals*. 2016, vol. 6, no. 9, article 203.
3. Mohanty M.K., Mishra S., Mishra B., Sarkar S., Sama, S.K. A novel technique for making cold briquettes for charging in blast furnace: 5<sup>th</sup> National Conference on Processing and Characterization of Materials IOP Publishing. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*. 2016, vol. 115, no. 1, article 012020.
4. Kenichi Higuchi, Hirokazu Yokoyama, Hiroyuki Sato, Michio Chiba, Seiji Nomura. Development of rapid curing process of reactive coke agglomerate. *ISIJ International*. 2017, vol. 57, no. 1, pp. 55–61.
5. Rama Murthy Y., Kapure G.U., Tripathy S.K., Sahu G.P. Recycling of ferromanganese gas cleaning plant (GCP) sludge by novel agglomeration. *Waste Management*. October, 2018, pp. 457–465.
6. Mombeli D., Cecca C.D., Mapelli C., Barella S., Bondi E. Experimental analysis on the use of BF-sludge for the reduction of BOF-powders to direct reduced iron (DRI) production. In: *Process Safety and Environmental Protection*. 2016, pp. 410–420.
7. Kowitzarangkul P. *Behavior of Self-Reducing Pellets (SRP) for Use in a Low Height Blast Furnace: Diss. RWTH*. Aachen University, 2014, 176 p.
8. Xu Q., Li Z., Liu Z., Wang J., Wang H. The effect of pressurized decarbonization of CO on inhibiting the adhesion of fine iron ore particles. *Metals*. 2018, vol. 8, no. 7, p. 525.
9. Kurunov I.F., Chizhikova V.M., Bizhanov A.M. The best available technologies in production of agglomerated raw materials for blast furnaces. *Chernaya metallurgiya. Byul. in-ta “Chermetinformatsiya”*. 2018, no. 4, pp. 62–66. (In Russ.).
10. *Extrusion in Ceramics*. Frank Händle ed. Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 2007, 470 p.
11. Batchelor G.K. *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge: Univ. Press, 1967, 615 p.
12. Loitsyanskii L.G. *Mekhanika zhidkostei i gazov* [Mechanics of liquids and gases]. Moscow: Nauka, 1987, 840 p. (In Russ.).
13. Abramovich G.N. *Prikladnaya gazovaya dinamika. Ch. 1* [Applied gas dynamics. Part 1]. Moscow: Nauka, 1991, 600 p. (In Russ.).
14. Bingham E.C. *Fluidity and Plasticity*. New York, London: McGraw-Hill Book Company, Inc., 1922, 439 p.
15. Ishlinskii A.Yu., Ivlev D.D. *Matematicheskaya teoriya plastichnosti* [Mathematical theory of plasticity]. Moscow: Fizmatlit, 2001, 704 p. (In Russ.).
16. Laenger K.-F., Laenger F., Geiger K. Wall slip of ceramic extrusion bodies. Part 2. *Process Engineering*. 2016, vol. 93, no. 4-5, pp. 1–6.
17. Joseph Daniel D. *Stability of fluid motions*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1976. (Russ. ed.: Joseph D. *Ustoichivost’ dvizhenii zhidkosti*. Moscow: Mir, 1981, 638 p.).
18. Landau L.D., Lifshits E.M. *Teoreticheskaya fizika. T. 7: Teoriya uprugosti* [Theoretical Physics. V. 7. Theory of elasticity]. Moscow: Nauka, 1987, 248 p. (In Russ.).
19. Belotserkovskii O.M., Betelin V.B., Borisevich V.D., Denisenko V.V., Kozlov S.A., Erikintsev I.V., Konyukhov A.V., Oparin A.M., Troshkin O.V. On the theory of countercurrent in a rotating viscous heat-conducting gas. *Zhurnal vychislitel’noi matematiki i matematicheskoi fiziki*. 2011, vol. 51, no. 2, pp. 222–236. (In Russ.).
20. Händle F., Laenger F., Laenger J. Determining the forming pressures in the extrusion of ceramic bodies with the help of the Benbow-Bridgwater equation using the capillary check. *Process Engineering*. 2015, vol. 92, no. 10-11, pp. 1–7.
21. Troshkin O.V. *Elementy matematicheskoi gidrodinamiki i gidrodinamicheskoi ustoychivosti* [Elements of mathematical hydrodynamics and hydrodynamic stability]. Lambert Academic Publishing, 2016, 205 p.

**Funding.** The work was performed as a part of the state assignment of the Federal State Institution Scientific Center for Research and Development of the Russian Academy of Sciences (General Scientific Research, GP 14) on the topic No. 0065-2019-0005 “Mathematical modeling of dynamic processes in deformable and responsive environments using multi-processor computing systems” (No. AAAA-A19-119011590092-6).

### Information about the authors:

A.M. Bizhanov, Cand. Sci. (Eng.), Agent in Russia & CIS (abizhanov@jsteel.com)

G.S. Podgorodetskii, Cand. Sci. (Eng.), Professor, Director of the Scientific and Educational Center “Innovative Metallurgical Technologies” (podgs@mis.ru)

Received March 18, 2019

Revised January 16, 2020

Accepted January 17, 2020